

Научный центр «LJournal»

Рецензируемый научный журнал

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

№93, Январь 2023
(Часть 9)



Самара, 2023

Морозов В.И.

Определение к-кратной совместной значимости в технологии логико-вероятностного моделирования

*Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна
(Россия, Санкт-Петербург)*

Аннотация

В технологии логико-вероятностного моделирования для оценки важности отказов элементов сложных технических систем (СТС) применяются показатели одно и двукратной значимости. В данной статье приведен вывод в общем виде к-кратной совместной значимости, который позволяет проводить более углубленное исследование влияния некой совокупности отказов элементов на СТС.

Ключевые слова: надежность, логико-вероятностный метод, технология логико-вероятностного моделирования, сложная техническая система, к-кратная совместная значимость, показатель важности по Бирнбауму.

Abstract

In the technology of logical-probabilistic modeling, indicators of one and two-fold significance are used to assess the importance of element failures of complex technical systems (CTS). This article

presents a general conclusion of k-fold joint significance, which allows for a more in-depth research of the influence of a certain set of element failures on the CTS.

Keywords: reliability, logical-probabilistic method, logical-probabilistic modeling technology, complex technical system, k-fold joint significance, Birnbaum importance index.

В последние десятилетия для оценки надежности, живучести и безопасности сложных технических систем (СТС) или для более широкого класса структурно-сложных систем (ССС) стали широко применять логико-вероятностные методы (ЛВМ).

В Военно-морской академии имени Н.Г. Кузнецова (ВМА им. Н.Г. Кузнецова) создателем и руководителем отечественной школы ЛВМ являлся И.А.Рябинин. Также существенный вклад в разработку технологии логико-вероятностного моделирования (ТЛВМ) внесли его соратники А.С. Можаяев, Ю.М. Парфенов и другие. В Российской Федерации необходимо отметить вклад в ТЛВМ Г.Н. Черкесова, Е.Д. Соложенцева, А.В. Струкова.

Среди показателей важности оценки выше приведённых свойств необходимо отметить однократную и двукратную значимости. Однократная значимость также называется показателем важности по Бирнбауму, который предложил данный показатель. И.А. Рябинин и Ю.М. Парфенов [1] в 1991 году вывели и обосновали показатель важности – двукратную совместную значимость.

В 1993 году в ВМА им. Н.Г. Кузнецова в интересах разработки передвигного диагностического комплекса и формирования приоритетных направлений диагностического обеспечения корабельного оборудования и, прежде всего, атомных энергетических установок потребовалось изучать влияние большего количества элементов СТС на вероятность безотказной работы системы (ВБРС). В связи с чем мною было выведено математическое выражение показателя – к-кратной совместной значимости.

В 2000-2001 годах были опубликованы научно-технические сообщения [2,3], в которых представлены основные положения разработанной мною методологии формирования приоритетных направлений внедрения диагностического обеспечения на АЭС. В этих работах также применялись показатели к-кратной значимости, поэтому возникла необходимость более подробно остановиться на этих вопросах.

Понятие и определение функции вероятности безотказной работы системы впервые было предложено И.А. Рябининым в работе [4]. Вероятностной функцией (ВФ) называется вероятность истинности функции алгебры логики (ФАЛ):

$$P\{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = 1\}, \quad (1)$$

где: $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ – логические переменные, характеризующие работоспособное состояние элементов системы: $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$;

n – количество элементов системы.

Логическая переменная x_i принимает значение 1, если i -ый элемент системы работоспособен, и значение 0 - при неработоспособном состоянии. Функция алгебры логики (ФАЛ), отображающая взаимосвязь элементов системы, применительно к решаемой задаче названа функцией работоспособности системы (ФРС):

$$F = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \quad (2)$$

В соответствии с ТЛВМ из ортогональной дизъюнктивной нормальной формы ФРС получаем функцию вероятности безотказной работы системы, которая является линейной функцией любой из переменных R_i , где R_i – вероятность безотказной работы i -го элемента системы.

Таким образом ВБРС принадлежит к классу функций n переменных, изменяющихся в области значений от нуля до единицы при области допустимых значений переменных от нуля до единицы. ВБРС строится на основе ФРС (логической связи элементов системы) и отражает вероятность истинности ФРС:

$$\begin{aligned} R_c &= P\{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = 1\}, \\ R_i &= P(x_i = 1), \\ R_c &= [0,1], \\ R_i &= [0,1]. \end{aligned} \quad (3)$$

ВБРС непрерывна и дифференцируема в области допустимых значений переменных. В соответствии с изложенным, первая частная производная по переменной R_i ВБРС или значимость i -го элемента системы равна:

$$\zeta_i = \frac{\partial R_c}{\partial R_i} = \text{const} = \text{tg } \alpha_i = \frac{R_{c1}^i - R_{c0}^i}{1-0} = R_{c1}^i - R_{c0}^i, \quad (4)$$

где R_{c1}^i – вероятность безотказной работы системы при работоспособном состоянии i -го элемента системы ($R_i = 1$), R_{c0}^i – вероятность безотказной работы системы при неработоспособном состоянии i -го элемента системы ($R_i = 0$).

Формула (4) идентична результату И.А. Рябинина [4]. Однократная значимость, как «весовая» характеристика модели СТС, равна изменению вероятности безотказной системы (разнице), при предположении работоспособного состояния i -го элемента системы и неработоспособного его состояния.

Из формулы (4) следует, что вторая производная по i -му элементу системы равна нулю. Поэтому интерес представляют смешанные частные производные второго порядка (далее – производные второго порядка).

Частная производная второго порядка по произвольным переменным R_i и R_j равна:

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial^2 R_c}{\partial R_i \partial R_j} = \frac{\partial}{\partial R_j} \left(\frac{\partial R_c}{\partial R_i} \right) = \frac{\partial}{\partial R_j} (R_{c1}^i - R_{c0}^i), \quad (4)$$

Вероятностные функции R_{c1}^i и R_{c0}^i также являются линейными функциями по элементу R_j и частная производная второго порядка равна:

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial}{\partial R_j} (R_{c1}^i - R_{c0}^i) = (R_{c11}^{i,j} - R_{c10}^{i,j}) - (R_{c01}^{i,j} - R_{c00}^{i,j}), \quad (5)$$

где $R_{c11}^{i,j}$ – вероятность безотказной работы системы при работоспособном состоянии i -го и j -го элементов системы ($R_i = 1, R_j = 1$), $R_{c10}^{i,j}$ – ВБРС при работоспособном состоянии i -го элемента системы ($R_i = 1$) и неработоспособном состоянии j -го элемента системы ($R_j = 0$) и так далее.

Полученная формула смешанной частной производной второго порядка (двукратной совместной значимости по элементам i и j)-аналогична формуле, выведенной И.А. Рябининым и Ю.М. Парфеновым [1].

На основании формул частных производных первого и второго порядка ВБРС можно предположить, что смешанная частная производная k -го порядка имеет следующий вид:

$$\zeta_{ij\dots s} = \frac{\partial^k R_c}{\partial R_i \partial R_j \dots \partial R_s} = \sum_{i,j\dots s} (-1)^z R_{c\ l,p\dots f}, \quad (6)$$

где $i,j\dots s$ – номера переменных функции ВБРС;

$P_k = 2^k$ – количество наборов суммы;

$l,p\dots f = [0,1]$;

z – количество нулей в наборах индексов $l,p\dots f$;

Рассмотрим содержание формулы (6). Смешанная частная производная k -го порядка состоит из 2^k членов (по количеству комбинаций нулей и единиц для k переменных). Каждый член суммы представляет собой вероятностную функцию, полученную из функции ВБРС подстановкой вместо вероятностей $R_i, R_j, \dots, R_s$ фактических значений 0 и 1 в соответствии с набором значений $l,p\dots f$. Количество индексов равно k . Знак перед членом суммы (6) имеет

значение плюс (+), если сумма нулей в наборах элементов суммы (6) – четная, и знак минус(-), если сумма нулей нечетная.

Докажем формулу (6) методом математической индукции:

1. Для $k=1$ – формула верна.
2. Предположим, что данная формула верна для смешанной частной производной порядка $(k-1)$ функции ВБРС.
3. Докажем ее справедливость для смешанной частной производной k -го порядка функции ВБРС.

Возьмем производную k -го порядка от производной порядка $(k-1)$:

$$\zeta_{ij\dots s} = \frac{\partial(\frac{\partial^{k-1} R_c}{\partial R_i \partial R_j \dots \partial R_t})}{\partial R_s} = \sum_{i,j\dots t \in P_{k-1}} (-1)^{z-1} R_{c \ l,p\dots q,1} - \sum_{i,j\dots t \in P_{k-1}} (-1)^{z-1} R_{c \ l,p\dots q,0} =$$

$$\sum_{i,j\dots t \in P_{k-1}} (-1)^{z-1} R_{c \ l,p\dots q,1} + \sum_{i,j\dots t \in P_k} (-1)^z R_{c \ l,p\dots q,0} = \sum_{i,j\dots s} (-1)^z R_{c \ l,p\dots f} \quad (7)$$

Количество переменных в выражении (7) стало равным k . В первой сумме количество нулей не изменилось, а во второй количество нулей изменилось на одну единицу и знак минус в выражении изменился на плюс:

$$- \sum_{i,j\dots t \in P_k} (-1)^{z-1} R_{c \ l,p\dots q,0} = \sum_{i,j\dots t \in P_k} (-1)^z R_{c \ l,p\dots q,0} \quad (8)$$

Таким образом справедливость формулы (6) доказана, получено выражение k -кратной совместной значимости по набору переменных функции ВБРС. Как правило, в технологии логико-вероятностного моделирования участвует значительное количество элементов, поэтому функции ВБРС сложных технических систем имеют достаточно громоздкий вид. При этом k -кратная совместную значимость, если вычислять ее на основании формулы (6), будет иметь значительно большую размерность. Поэтому напрямую ее использовать проблематично, но ее вывод позволил разработать алгоритмы, существенно сокращающие объемы вычислений, что будет продемонстрировано в следующем материале.

1. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М. Определение характеристик важности сово-купности элементов энергетической системы при исследовании ее безотказности. Энергетика и транспорт, т. 37, 1991 г.
2. Морозов В.И. Приоритетные направления внедрения диагностического обеспечения на АЭС. Атомная энергия, т.88, выпуск 4, апрель 2000, с. 311-313.
3. Морозов В.И. Отдельные аспекты технической диагностики АЭС. Атомная энергия, т.91, выпуск 1, июль 2001, с. 71-75.
4. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. М., Радио и связь, 1981 г, 238 л.